

Tính dẻo của bê tông cốt thép và bài toán phân phối lại nội lực trong kết cấu

Ductility of reinforced concrete and the problem of redistribution of internal force in the structure

> **NGUYỄN THỊ BÍCH THỦY^{1,2}, NGÔ VI LONG³**

¹Khoa Kỹ thuật xây dựng, Trường Đại học Bách khoa TP.HCM

²Đại học Quốc gia TP.HCM; Email: ntbthuy@hcmut.edu.vn

³Khoa Xây dựng, VLTECH-Đại học Văn Lang; Email: long.nv@vlu.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo bày sự cần thiết việc xét đến tính dẻo của cấu kiện bê tông cốt thép (BTCT), liên quan đến khả năng phân phối lại nội lực trong cấu kiện, thông qua tính toán bằng số cụ thể một dầm BTCT hai nhịp, có xét đến biến dạng không đàn hồi, đặc biệt dựa vào biểu đồ quan hệ mô men - độ cong được xây dựng bởi phần mềm SAP2000, rút ra kết luận về mối liên quan giữa sự phân phối lại nội lực và tính dẻo của BTCT, cụ thể là liên quan với bố trí cốt thép dọc và cốt thép đai trong dầm, cũng như khả năng tiết kiệm cốt thép mà vẫn thỏa mãn các yêu cầu về các trạng thái giới hạn nhờ vào việc kể đến tính dẻo của BTCT.

Từ khóa: Tính dẻo của BTCT; phân phối lại nội lực; biến dạng không đàn hồi; quan hệ mô men - độ cong; tiết kiệm cốt thép.

ABSTRACT

In this article, the authors present the need to consider the plasticity of reinforced concrete structures, related to the ability to redistribution capacity of internal forces in the structure, through specific numerical calculation of a two-span reinforced concrete beam, with consideration of inelastic deformation, especially based on the moment-curvature relationship diagram, built on SAP2000 software, drawing conclusions about the relationship between the redistribution of internal forces and ductility of reinforced concrete, specifically related to the arrangement of longitudinal reinforcements and hoop reinforcements in beams, as well as the ability to save reinforcement while still satisfying limit state requirements by taking into account the ductility of reinforced concrete.

Keywords: Ductility of reinforced concrete; redistribution capacity of internal forces; inelastic deformation; moment - curvature relationship; save steel reinforcement.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc nghiên cứu tính dẻo của kết cấu BTCT có tính chất cấp thiết vì các lý do sau đây:

Tránh hiện tượng phá hoại giòn của kết cấu BTCT. Trong trường hợp cực đoan, một kết cấu BTCT bị phá hủy thì kết cấu đó cần đủ khả năng chịu được một biến dạng lớn ở giai đoạn gần sụp đổ. Điều đó cho phép tạo ra một cảnh báo về sự cố liên quan đến kết cấu đó, đáp ứng được yêu cầu về đảm bảo an toàn sinh mạng cho mọi người đang sinh hoạt, làm việc trong công trình, đặc biệt trong trường hợp xảy ra các sự cố nghiêm trọng như động đất, tuy hiếm khi xảy ra nhưng một khi đã xảy ra thì hậu quả về con người và tài sản thật khó lường.

Tạo ra khả năng phân phối lại nội lực trong kết cấu khi kể đến tính dẻo của vật liệu, khác với sự phân phối nội lực nhận được khi tính toán kết cấu theo sơ đồ đàn hồi. Điều này có thể cho phép việc bố trí cốt thép trong kết cấu phù hợp hơn trong thực tế, tránh được việc bố trí cốt thép quá dày ở một vài vùng cục bộ trên cấu kiện, nên cũng tạo thuận lợi hơn cho việc thi công, đồng thời nâng cao hiệu quả làm việc của kết cấu, và giảm chi phí bố trí cốt thép.

Khi tính toán động đất, nghiên cứu độ dẻo của kết cấu là cực kỳ cần thiết do quan niệm thiết kế kháng chấn hiện nay dựa trên khả năng phân tán năng lượng dao động khi biến dạng sau đàn hồi của BTCT. Khi xảy ra động đất, năng lượng sẽ truyền vào công trình và làm cho công trình dao động. Năng lượng động đất sẽ chuyển hóa qua lại giữa động năng và thế năng, và dần dần tiêu tán dưới dạng nhiệt năng do trong công trình tồn tại các dạng cản khác nhau (ma sát, cản nhớt). Như vậy, để có thể chịu được động đất, công trình cần có hai khả năng ngoài khả năng về chịu lực: một là khả năng tích lũy một lượng thế năng lớn nhờ vào biến dạng của kết cấu, hai là khả năng tiêu tán năng lượng nhờ đặc trưng cản. Khi xảy ra động đất lớn, lượng năng truyền vào công trình sẽ rất lớn, như vậy nếu thiết kế chỉ dựa vào khả năng làm việc đàn hồi của kết cấu thì dẫn tới tiết diện của kết cấu quá lớn, hoàn toàn không kinh tế trong khi xác suất xảy ra động đất lớn lại rất nhỏ. Việc xét tới biến dạng sau giai đoạn đàn hồi của kết cấu bê tông cốt thép sẽ cho phép đánh giá chính xác hơn phản ứng của công trình khi chịu tải trọng động, nhất là về khả năng tích lũy thế năng do động đất truyền vào, công trình được thiết kế hợp lý hơn. Chính vì vậy, nhiều tiêu chuẩn, quy phạm thiết kế kết cấu của các nước được biên soạn dựa trên triết lý này.

Trong phần dưới đây, các tác giả tập trung vào vấn đề phân phối lại mô men uốn trong kết cấu và giảm khối lượng cốt thép,

cũng như khả năng biến dạng lớn nhờ việc kể đến tính dẻo của BTCT, so với khi tính toán cấu kiện bê tông làm việc theo sơ đồ đàn hồi, và minh họa rõ hơn bằng những tính toán cụ thể đối với một dầm BTCT hai nhịp, có sử dụng sự hỗ trợ mạnh mẽ của phần mềm chuyên dụng SAP2000.

2. KHÁI NIỆM VỀ KHỚP DÈO VÀ SỰ PHÂN PHỐI LẠI MÔ MEN TRONG KẾT CẤU

Một số khái niệm cơ bản:

2.1. Độ cong tại một tiết diện:

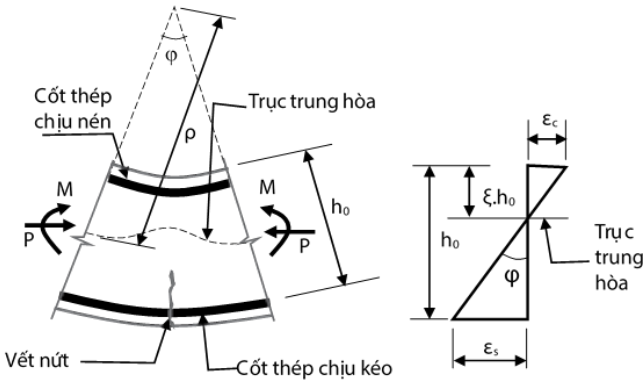
Từ hình 1, dựa vào quan hệ tam giác đồng dạng, ta có:

$$\frac{dz}{\rho} = \frac{\epsilon_c \cdot dz}{\xi \cdot h_0} = \frac{\epsilon_s \cdot dz}{h_0(1-\xi)} \tag{1}$$

Hay ta đặt:

$$\varphi = \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_c}{\xi \cdot h_0} = \frac{\epsilon_s}{h_0(1-\xi)} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{h_0} \tag{2}$$

và gọi φ là độ cong của cấu kiện tại tiết diện khảo sát.



Ghi chú: ρ là bán kính cong của cấu kiện; $\xi \cdot h_0$ là chiều cao vùng nén, h_0 là chiều cao có hiệu của tiết diện

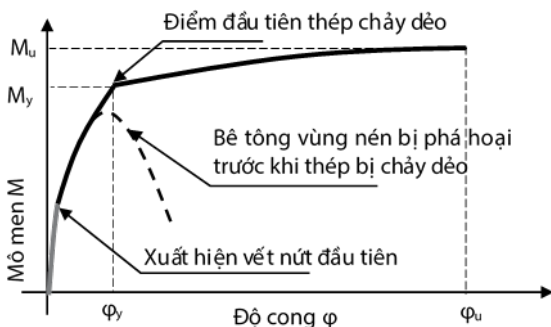
Hình 1. Xây dựng khái niệm về độ cong cấu kiện

2.2. Biểu đồ quan hệ mô men - độ cong:

Quan hệ giữa mô men uốn M và độ cong φ tại một tiết diện thể hiện tính dẻo của BTCT ở cấp độ tiết diện. Trên biểu đồ $M - \varphi$, ta cần lưu ý đến các điểm gãy, liên quan đến thời điểm xuất hiện vết nứt đầu tiên, thời điểm thép bắt đầu chảy dẻo và thời điểm mà biến dạng bê tông đạt cực đại như trên hình 2. Tuy nhiên, trong trường hợp tiết diện bố trí cốt thép hàm lượng quá cao, có thể xảy ra trường hợp vùng bê tông chịu nén bị phá hoại trước khi cốt thép chảy dẻo. Trên biểu đồ ta sẽ thấy biểu đồ sẽ uốn gập xuống nhanh chóng trước khi đạt tới điểm cốt thép chảy dẻo đầu tiên (theo đường chấm chấm, hình 2).

Ta cũng nêu ra đây công thức tính góc xoay θ giữa hai tiết diện A và B, tại các tọa độ z_1 và z_2 như sau:

$$\theta = \int_{z_1}^{z_2} \varphi dz \tag{3}$$



Hình 2. Biểu đồ quan hệ mô men - độ cong

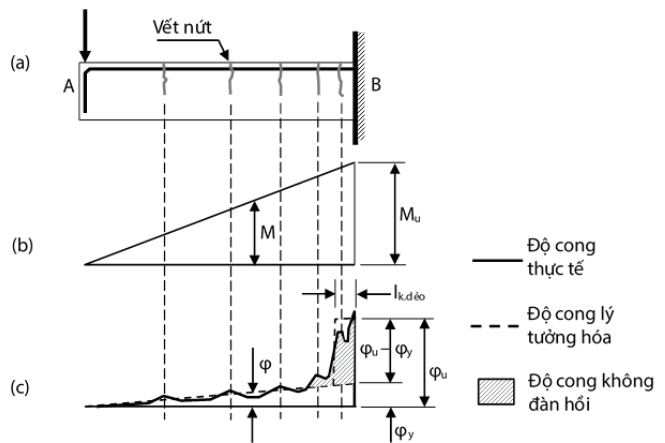
2.3. Khái niệm về khớp dẻo:

Khảo sát một dầm công sôn chịu tải tập trung ở đầu tự do, hình 3.a, ta thu được biểu đồ mô men uốn M , hình 3.b, biểu đồ độ cong φ và trên dầm xuất hiện một số vết nứt như hình 3a.

Tại ngàm, vùng gạch chéo, trên hình 3c, có diện tích bằng giá trị góc xoay không đàn hồi xảy ra tại khớp dẻo trong vùng lân cận của tiết diện tới hạn, tức là góc xoay do biến dạng dẻo thêm vào góc xoay do biến dạng đàn hồi ở giai đoạn cực hạn của kết cấu.

Để đơn giản trong tính toán, ta có thể lý tưởng hóa biểu đồ độ cong như trên hình 3.c. Lúc này, góc xoay không đàn hồi được biểu diễn bằng diện tích của một hình chữ nhật, có chiều cao $\varphi_u - \varphi_y$, có bề rộng $l_{k.dẻo}$ sao cho hình chữ nhật có cùng diện tích với phần gạch chéo. Từ đó, góc xoay không đàn hồi của khớp dẻo ($\theta_{dẻo}$) đối với một bên của tiết diện tới hạn được xác định:

$$\theta_{dẻo} = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot l_{k.dẻo} \tag{4}$$



Hình 3. Dầm công sôn và khái niệm về khớp dẻo

Việc xác định $l_{k.dẻo}$ tương đối khó khăn và trong thực tế, người ta sử dụng các công thức thực nghiệm do một số tác giả đưa ra sau đây:

Theo Baker: đối với một kết cấu bê tông cốt thép thông thường, có các cốt ngang để hạn chế biến dạng nở hông của bê tông:

$$l_{k.dẻo} = 0.8k_1k_3 \left(\frac{z}{h_0}\right)^{\frac{1}{4}} h_0 \tag{5}$$

trong đó $k_1 = 0.7$ đối với các thép thông thường; $k_3 = 0.6$ khi bê tông có cường độ $f'_c = 3.5 \text{ kN/cm}^2$; $k_3 = 0.9$ khi bê tông có cường độ $f'_c = 1.2 \text{ kN/cm}^2$; với $f'_c = 0.85 \times$ cường độ bê tông khối vuông; z là khoảng cách từ tiết diện tới hạn đang xét đến điểm uốn; h_0 là chiều cao có hiệu của tiết diện.

Theo Corley: Từ thực nghiệm với dầm đơn giản, tác giả đề nghị $l_{k.dẻo} = 0.5h_0 + 0.2\sqrt{h_0} \left(\frac{z}{h_0}\right)$ (6)

trong đó h_0 ; z ; b được đo theo đơn vị *inch*.

Theo Mattock: $l_{k.dẻo} = 0.5h_0 + 0.05z$ (7)

Theo Sawyer: $l_{k.dẻo} = 0.25h_0 + 0.075z$ (8)

2.4. Sự phân phối lại mô men trong kết cấu khi xét đến biến dạng không đàn hồi:

Do hiện tượng xoay liên quan đến biến dạng dẻo ở một số khớp dẻo trong khi mô men tại khớp dẻo hầu như không đổi khi chịu tải cực hạn, mô men uốn trong kết cấu có thể được phân phối lại, khác với sự phân phối mô men khi toàn bộ kết cấu còn đàn hồi. Khả năng chịu tải của các tiết diện trong dầm sẽ được tận dụng, tiết diện này chịu hết khả năng chịu tải của nó thì mô men sẽ được chuyển sang tiết diện khác để cùng tham gia chịu tải. Tuy nhiên,

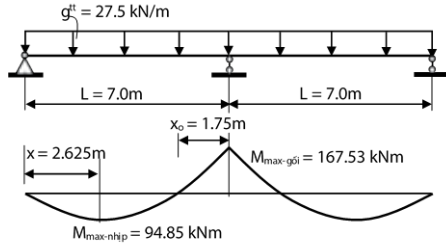
khi sử dụng hiện ứng này để tính toán thiết kế, ta cần thỏa mãn 3 điều kiện: sự phân bố lại mô men uốn được chọn không vi phạm luật cân bằng cho từng cấu kiện cũng như toàn bộ kết cấu; khả năng xoay của các vùng khớp dẻo đủ để đảm bảo sự phân phối lại mô men cần thiết; các yêu cầu về sử dụng cần được thỏa mãn (độ võng, chuyển vị, nứt ...).

Dưới đây, ta sẽ khảo sát sự làm việc của một dầm bê tông cốt thép cho tới khi đạt trạng thái cực hạn để có thể đánh giá về tính dẻo của kết cấu bê tông cốt thép.

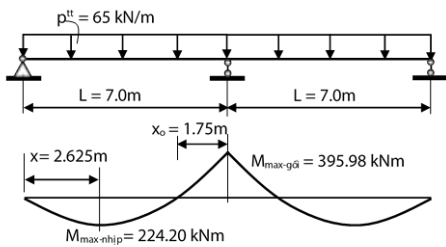
3. VÍ DỤ TÍNH TOÁN DẦM HAI NHỊP CÓ XÉT TÍNH DẸO CỦA BTCT

Ta xem xét một dầm bê tông cốt thép hai nhịp, tiết diện 300x700, mỗi nhịp 7m như trên hình 4. Dầm chịu một tĩnh tải có giá trị tiêu chuẩn 25 kN/m, hình 4.a, và hoạt tải dài hạn phân bố đều ở một nhịp hoặc cả hai nhịp, có giá trị tiêu chuẩn 50 kN/m, hình 4.b và 4.c. Các hệ số độ tin cậy tương ứng là 1.1 và 1.3. Độ võng cho phép của dầm là 1/250. Bê tông chế tạo dầm có cấp độ bền B25, cường độ chịu nén tính toán $R_b = 14.5 \text{ Mpa}$, $R_{b,ser} = 18.5 \text{ Mpa}$, $E_b = 30 \times 10^3 \text{ Mpa}$. Cốt thép có cường độ 300 Mpa, hệ số độ tin cậy 1.15.

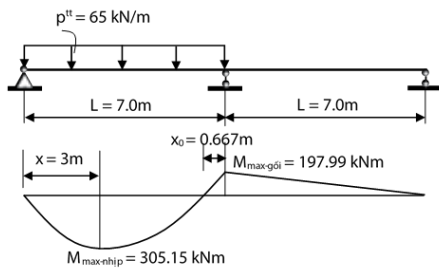
Khi tính toán theo lý thuyết đàn hồi, cốt thép trong dầm sẽ được tính toán thiết kế với giá trị mô men lớn nhất theo biểu đồ bao mô men được xây dựng từ nhiều tổ hợp tải tại mỗi tiết diện, hình 5. Trong khi đó, khi tính toán dầm có kể đến biến dạng dẻo, ta có thể tính toán cốt thép theo từng biểu đồ mô men đã được điều chỉnh trong mỗi tổ hợp tải, do đó có khả năng giảm bớt hàm lượng thép cần thiết và có thể bố trí cốt thép trong dầm thích hợp thực tế hơn.



(a) Trường hợp xếp tĩnh tải lên dầm và biểu đồ M tương ứng

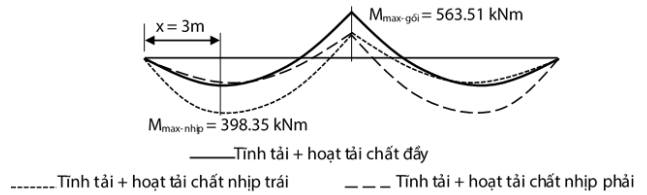


(b) Trường hợp hoạt tải dài hạn chất đều hai nhịp dầm và biểu đồ M tương ứng



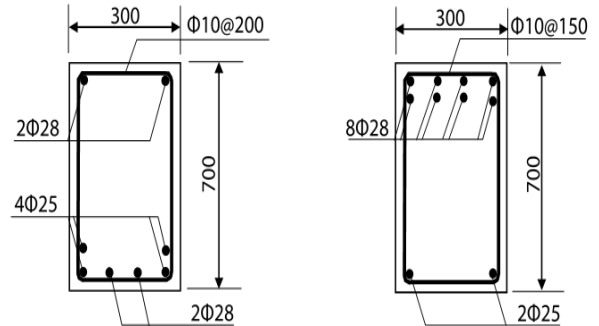
(c) Trường hợp hoạt tải chất một nhịp (nhịp trái) và biểu đồ M tương ứng

Hình 4. Sơ đồ chất tải lên dầm và biểu đồ mô men tương ứng theo lý thuyết đàn hồi.



Hình 5. Biểu đồ bao mô men trong dầm, theo lý thuyết đàn hồi

Chẳng hạn, với dầm đang khảo sát khi tính toán theo lý thuyết đàn hồi, biểu đồ bao mô men, như chỉ ra trên hình 5, sẽ cho ta mô men lớn nhất tại gối $M_{max-goi} = 563.51 \text{ kNm}$, (từ tổ hợp tĩnh tải + hoạt tải chất đều 2 nhịp), và mô men lớn nhất ở nhịp $M_{max-nhip} = 398.35 \text{ kNm}$ (từ tổ hợp tĩnh tải + hoạt tải chất ở 1 nhịp). Cốt thép thiết kế cho 2 tiết diện này được chỉ ra trên hình 6.



(a) Bố trí cốt thép trong tiết diện tại gối (b) Bố trí cốt thép trong tiết diện tại gối

Hình 6. Bố trí cốt thép trong tiết diện dầm khi tính theo sơ đồ đàn hồi

Khi xem xét sự làm việc của dầm có kể đến tính dẻo, ta hình dung về sự làm việc của dầm này như sau: khi tải trọng còn nhỏ, toàn bộ dầm vẫn làm việc trong giai đoạn đàn hồi, biểu đồ mô men uốn trong dầm được xác định theo lý thuyết đàn hồi. Khi tải trọng tăng lên dần dần, vùng dầm trên gối sẽ hình thành khớp dẻo, mô men tại đây hầu như không thay đổi. Tải trọng tiếp tục tăng, mô men ở nhịp dần tăng lên cho tới khi tại các điểm trên nhịp hình thành các khớp dẻo. Lúc này dầm rơi vào trạng thái biến hình và được coi là không thể tiếp tục chịu thêm tải nữa. Cũng có khả năng khác, khi hoạt tải chỉ chất ở một nhịp, khớp dẻo có thể xuất hiện ở nhịp đó trước. Khi đó, tải trọng tăng lên, mô men ở nhịp đó không tăng được nữa, mô men ở gối sẽ tăng lên cho tới khi hình thành khớp dẻo ở gối, lúc đó, đoạn nhịp có hoạt tải tác dụng sẽ có ba khớp thẳng hàng và rơi vào trạng thái biến hình, dầm không chịu thêm tải được nữa.

Như vậy, ở đây, dựa vào tính dẻo của BTCT, ta cần xem xét giải quyết bài toán thứ nhất - giả định sự phân phối lại mô men - sao cho vẫn đảm bảo sự cân bằng cho dầm và từng phần của dầm và tính toán đảm bảo khả năng chịu lực của dầm, bài toán thứ hai là kiểm tra dầm, dưới tác dụng của sự phân phối lại mô men, có độ võng không vượt quá độ võng cho phép cũng như khống chế nứt, cũng tức là bài toán về tiện nghi sử dụng.

Ta sẽ tiến hành giải quyết bài toán này bằng cách trước hết sẽ giả thiết một biểu đồ mô men được phân phối lại phù hợp với dự kiến, tất nhiên biểu đồ mô men này phải đáp ứng yêu cầu về điều kiện cân bằng. Sau đó, ta sẽ thiết kế tiết diện, tính toán cốt thép theo biểu đồ mô men giả định đó. Tiếp theo, ta sẽ tiến hành kiểm tra dầm vừa thiết kế theo các điều kiện về cường độ và về tiện nghi sử dụng.

3.1. Giả định biểu đồ mô men được phân phối lại, bố trí cốt thép cho tiết diện dầm

Trong trường hợp có kể đến tính dẻo của bê tông cốt thép, ta có thể điều chỉnh biểu đồ mô men theo nhiều khả năng, ở đây ta

sẽ điều chỉnh sao cho mô men ở nhịp dầm bằng với mô men ở gối, nhằm thuận tiện trong bố trí cốt thép thực tế và tiết kiệm thép. Trong hai tổ hợp tải + hoạt tải trên hai nhịp và tải + hoạt tải trên một nhịp, ta chọn tổ hợp một sẽ cho giá trị mô men M_0^{tt} ở gối và nhịp (sau khi điều chỉnh) lớn hơn giá trị mô men trong tổ hợp hai (hình 7.a). Ta xác định giá trị khoảng cách z_0 và mô men lớn nhất M_0 như sau:

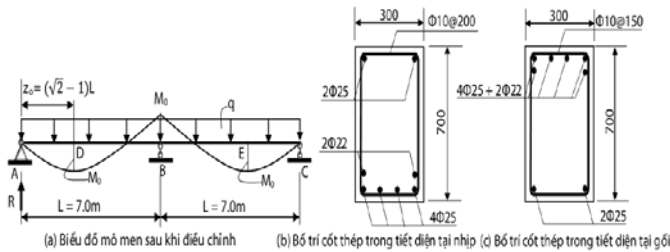
$$R \cdot z - \frac{q \cdot z^2}{2} = M(z) \tag{9}$$

Tại D, mô men đạt max, ta có:

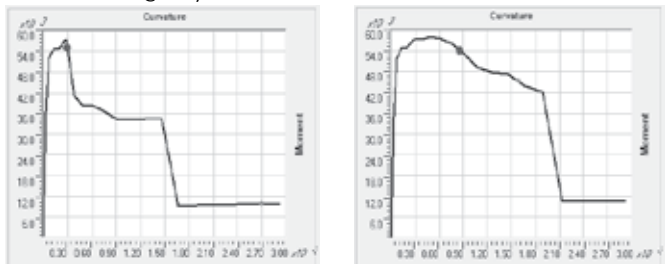
$$\frac{dM}{dz} = 0 \text{ tại } z_0 \rightarrow R - q \cdot z_0 = 0 \rightarrow R = q \cdot z_0 \tag{10}$$

Thay vào (10) với $z = z_0$, rút ra: $M_0 = \frac{q \cdot z_0^2}{2}$ (11)

Thay (10), (11) vào (9), với $z = L$, ta có thể tính được $z_0 = (\sqrt{2} - 1)L = 289.95 \text{ cm}$. Ta cũng xác định được giá trị M_0^{tt} bằng 388.83 kNm. Tiết diện dầm ở gối và ở nhịp được thiết kế và bố trí cốt thép như trên hình 7.b, hình 7.c.



Hình 7. Biểu đồ M và cốt thép trong dầm khi tính theo sơ đồ dầm Ỗ đây, ta cũng cần xem xét ảnh hưởng của cốt đai hạn chế bê tông nở hông. Dưới đây, các tác giả đưa ra hai biểu đồ M - φ , được thiết lập nhờ phần mềm SAP2000, và các số liệu tương ứng trong các trường hợp: tiết diện không bị hạn chế nở hông, và tiết diện được bố trí đai $\Phi 10@150$, hình 8.



(a) Bê tông không bị hạn chế nở hông (b) Tiết diện có bố trí cốt đai $\Phi 10@150$

Hình 8. Biểu đồ M - φ ứng với các trường hợp đặt cốt thép đai

Nhìn trên biểu đồ, có thể thấy: trường hợp thứ nhất, hình 8.a, tiết diện không bị hạn chế nở hông, ta thu được: $\varphi_y = 3.49 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$, $M_y = 390.64 \text{ kNm}$, $\varphi_u = 2.9465 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$, $M_u = 551.79 \text{ kNm}$, $\varphi_u/\varphi_y = 8.442$; trường hợp thứ hai, hình 8.b, tiết diện có bố trí cốt đai chữ nhật $\Phi 10@150$: $\varphi_y = 3.597 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$, $M_y = 380.93 \text{ kNm}$, $\varphi_u = 8.6074 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$, $M_u = 541.18 \text{ kNm}$, $\varphi_u/\varphi_y = 23.929$

Ta cũng có thể nhận thấy tính dẻo ở biểu đồ tương ứng với trường hợp thứ hai là tốt hơn hẳn, hình 8.b. Trong bài này, các tác giả sẽ lấy tiết diện với bố trí cốt thép ở trường hợp thứ hai để tính toán kiểm tra lại tiết diện.

3.2. Kiểm tra lại tiết diện

3.2.1. Kiểm tra về cường độ

Hình 9.a thể hiện sơ đồ tính toán của dầm ở trạng thái cực hạn. Ta có thể thấy khả năng chịu lực cực hạn $M_u = 541.18 \text{ kNm} > M_0^{tt} = 388.83 \text{ kNm}$, vậy các tiết diện mà ta đã tính đủ khả năng chịu lực, khi chịu tải trọng ngoài $q^{tt} = 92.5 \text{ kN/m}$. Ta có thể tính được giá trị tải trọng bên ngoài lớn nhất q_u ứng với trạng thái cực hạn của dầm. Từ (11), ta có:

$$M_u = \frac{q_u \cdot z_0^2}{2} \rightarrow q_u = \frac{2 \cdot M_u}{z_0^2} \tag{12}$$

từ đây, ta xác định được $q_u = 129.15 \text{ kN/m}$, lớn hơn khoảng 39.6% so với $q^{tt} = 92.5 \text{ kN/m}$.

3.2.2. Kiểm tra về độ võng của dầm, liên quan khả năng xoay của khớp dẻo

Xét sự xuất hiện khớp dẻo tại ở điểm B, D, E, hình 9.a. Trên hình 9.b thể hiện độ cong của dầm, bao gồm độ cong do biến dạng đàn hồi của dầm và thành phần độ cong do biến dạng dẻo gây ra ở lân cận các khớp dẻo. Thực tế, đường biểu diễn độ cong là đường lượn sóng do sự xuất hiện các vết nứt, nhưng ta lý tưởng hóa độ cong do biến dạng đàn hồi là các đường cong tròn trụ bậc hai, còn tại các khớp dẻo, độ cong là hằng số bằng φ_u và biểu diễn bằng một đường nằm ngang.

Độ võng của dầm sẽ gồm hai thành phần, thành phần $\Delta_{d,hồi}$ sẽ do biến dạng đàn hồi của dầm, thành phần $\Delta_{d,dẻo}$ sẽ do biến dạng xoay của các khớp dẻo gây ra: $\Delta_u = \Delta_{d,hồi} + \Delta_{d,dẻo}$. Xem xét điều kiện thoả mãn về độ võng như sau:

$$\frac{\Delta_{d,hồi}}{L} \leq \left[\frac{\Delta}{L} \right] \leq \frac{\Delta_u}{L} \tag{13}$$

Xác định $\Delta_{d,hồi}$: Phương trình độ cong đàn hồi được giả thiết có dạng bậc hai, hình 9.c, như giả thiết ở trên, dựa vào các điều kiện biên tại điểm A, D và B (tại A: $\varphi = 0$; tại D: $\varphi = \varphi_y$; tại B: $\varphi = -\varphi_y$), ta có phương trình độ cong φ (đối với nhịp trái của dầm):

$$\varphi = -4.2785 \times 10^{-10} z^2 + 2.4811 \times 10^{-7} z \tag{14}$$

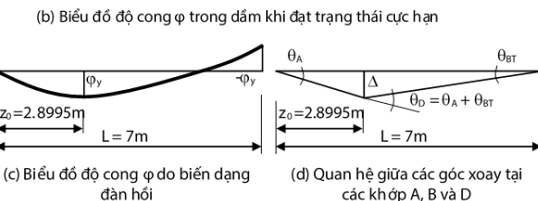
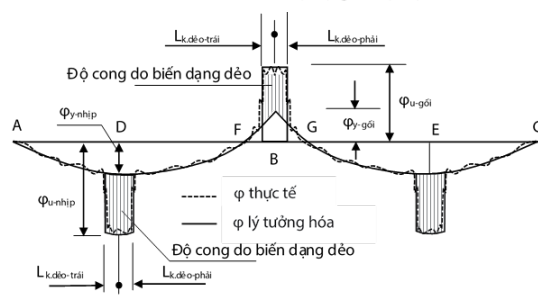
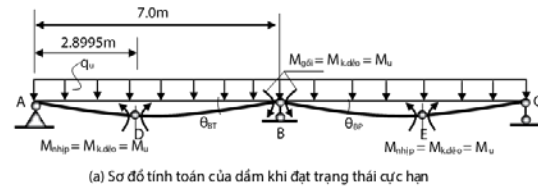
Sau khi tích phân hai lần và sử dụng các điều kiện biên tại A và B (tại A và B: $\Delta = 0$), ta có phương trình độ võng (nhịp trái của dầm):

$$\Delta_{d,hồi} = -4.2785 \times 10^{-10} \frac{z^3}{12} + 2.4811 \times 10^{-7} \frac{z^3}{6} - 8.033 \times 10^{-3} \cdot z \tag{15}$$

Độ võng của dầm tại D (tọa độ z_0) tính được: $\Delta_D = 1.582 \text{ cm}$

Xác định $\Delta_{d,dẻo}$: Xác định các biến dạng xoay do biến dạng dẻo của các khớp dẻo $\theta_{BT-k.dẻo}$ ở tại điểm B và $\theta_{D-k.dẻo}$ ở điểm D, E (hình 9.a).

Xuất phát từ điều kiện các góc xoay $\theta_D \leq \theta_{D-k.dẻo}$ và $\theta_{BT} \leq \theta_{BT-k.dẻo}$ ta xác định được độ võng tối đa $\Delta_{d,dẻo}$ tại điểm D (hình 9.d).



Hình 9. Sơ đồ vị trí khớp dẻo và góc xoay trên dầm khi đạt trạng thái cực hạn

Xác định các biến dạng xoay tối đa của các khớp dẻo $\theta_{BT-k.dẻo}$ ở tại điểm B và $\theta_{D-k.dẻo}$ ở điểm D:

Góc xoay nửa trái của khớp dẻo $\theta_{BT-k.dẻo}$ tại gối B, là góc xoay giữa T và B (hình 10), chỉ do biến dạng dẻo, được xác định:

$$\theta_{BT-k.dẻo} = \int_T^B \varphi dz = (\varphi_u - \varphi_y) L_{k.dẻo-trái} \quad (16)$$

trong đó φ_u, φ_y đã xác định ở mục 3.1 bên trên, đối với tiết diện B ở gối dầm

$L_{k.dẻo-trái}$ chiều dài nửa khớp dẻo ở gối dầm, bên trái điểm B, xác định như sau:

Theo Baker: $L_{k.dẻo-trái} = 0.8k_1k_3 \left(\frac{z}{h_0}\right)^{\frac{1}{4}} h_0 = 0.8 \times 0.7 \times 0.7 \times \left(\frac{120.10}{64.62}\right)^{\frac{1}{4}} \times 64.62 = 29.58 \text{ cm}$

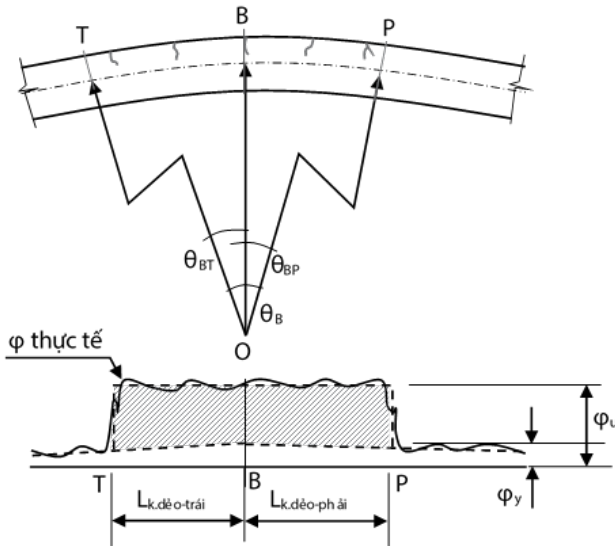
Theo Corley: $L_{k.dẻo-trái} = 0.5h_0 + 0.2\sqrt{h_0} \left(\frac{z}{h_0}\right) = 2.54 \left[0.5 \times \frac{64.62}{2.54} + 0.2 \times \sqrt{\frac{64.62}{2.54}} \left(\frac{120.10}{64.62}\right)\right] = 37.07 \text{ cm}$

Theo Mattock: $L_{k.dẻo-trái} = 0.5h_0 + 0.05z = 0.5 \times 64.62 + 0.05 \times 120.10 = 38.32 \text{ cm}$

Theo Sawyer: $L_{k.dẻo-trái} = 0.25h_0 + 0.075z = 0.25 \times 55 + 0.075 \times 120.1 = 25.16 \text{ cm}$

Ta chọn giá trị $L_{k.dẻo-trái}$ theo giá trị trung bình của 4 giá trị thực nghiệm trên và bằng 32.53 cm để tính toán.

Ta có thể tính được góc xoay khả dĩ $\theta_{BT-k.dẻo}$ nửa trái của khớp dẻo tại điểm B, chỉ do biến dạng dẻo, ở trạng thái giới hạn tính theo công thức (16), với φ_u, φ_y lấy theo mục 3.1: $\theta_{BT-k.dẻo} = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot L_{k.dẻo-trái} = (8.6074 \times 10^{-4} - 3.597 \times 10^{-5}) \times 32.53 = 0.02683 \text{ rad}$



Hình 10. Sơ đồ khớp dẻo tại B

Hoàn toàn tương tự, ta tính được góc xoay khả dĩ $\theta_{DT-k.dẻo}$ nửa trái của khớp dẻo tại D: $\theta_{DT-k.dẻo} = (\varphi_u - \varphi_y) \cdot L_{k.dẻo-trái} = (8.6074 \times 10^{-4} - 3.597 \times 10^{-5}) \times 41.345 = 0.0341 \text{ rad}$, với φ_u đã xác định ở mục 3.1 bên trên, đối với tiết diện ở nhịp dầm; $L_{AD} = z_0 = 289.95 \text{ cm}$; $L_{k.dẻo-trái}$ chiều dài nửa khớp dẻo ở nhịp dầm, bên trái điểm D, xác định tương tự trên, $L_{k.dẻo-trái} = 41.345 \text{ cm}$. Ta cũng tính được góc xoay nửa phải của khớp dẻo tại D: $\theta_{DP-k.dẻo} = 0.0341 \text{ rad}$.

Xác định độ võng tối đa $\Delta_{dẻo}$ do biến dạng dẻo: ở trạng thái giới hạn từ điều kiện liên hệ giữa các góc xoay (hình 9.d)

$$\theta_{BT} = \theta_{BT-k.dẻo} = \frac{\Delta_{dẻo}}{(L-z_0)} = \frac{\Delta_{dẻo}}{410.05} \rightarrow$$

$$\Delta_{dẻo} = 11 \text{ cm}$$

$$\theta_A = \frac{\Delta_{dẻo}}{z_0} = \frac{\Delta_{dẻo}}{289.95}$$

$$\theta_D = \theta_{DT-k.dẻo} + \theta_{DP-k.dẻo} = \theta_A +$$

$$\theta_{BT} = \frac{\Delta_{dẻo}}{169.85} \rightarrow \Delta_{dẻo} = 11.584 \text{ cm}$$

Từ đây, ta xác định được giá trị $\Delta_{dẻo}$ là giá trị nhỏ nhất trong những giá trị xác định từ các công thức trên, $\Delta_{dẻo} = \min(11 \text{ cm}, 11.584 \text{ cm}) = 11 \text{ cm}$.

Kiểm tra về độ võng của dầm:

Khả năng võng tối đa của dầm: $\Delta_u = \Delta_{d.hồi} + \Delta_{dẻo} = 12.582 \text{ cm}$

Kiểm tra

$$\frac{0.565}{250} \leq \left[\frac{\Delta}{L}\right] = \frac{1}{250} \leq \frac{\Delta_u}{L} = \frac{12.582}{700} = \frac{4.493}{250}$$

Độ võng của dầm khi chịu tải tiêu chuẩn bằng 1.582 cm. Ta có thể nhận xét độ võng tương đối theo thiết kế $\Delta/L = 0.565/250$, nhỏ hơn giá trị độ võng cho phép 1/250, cũng như nhỏ hơn nhiều giá trị độ võng mà dầm có thể đạt tới ở trạng thái giới hạn. Vậy dầm được thiết kế thỏa mãn về điều kiện độ võng, đồng thời đáp ứng được về khả năng biến dạng xoay ở khớp dẻo.

3.2.3. Kiểm tra về nứt

Mô men uốn ở trạng thái giới hạn hai về biến dạng và nứt của dầm do tải trọng tiêu chuẩn gây ra bằng 310.828 kNm, nhỏ hơn giá trị mô men khi xuất hiện cốt thép đầu tiên chày dẻo $M_y = 380.93 \text{ kNm}$, nên ta có thể dự đoán bề rộng vết nứt có thể nằm trong giới hạn. Dưới đây, ta sẽ tiến hành kiểm tra khả năng hình thành vết nứt để khẳng định điều dự đoán này.

Ta sẽ xác định giá trị mô men hình thành vết nứt theo mục 8.2.2.2.4, TCVN 5574:2018 : $M_{crc} = W_{pl} \cdot R_{bt,ser}$; với $\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{20000}{3000} = 6.667$, diện tích của tiết diện quy đổi được tính theo mục

8.2.2.2.5: $A_{red} = A + \alpha A_s + \alpha A'_s = 2348.418 \text{ cm}^2$; mô men tính của tiết diện quy đổi đối với trục biên chịu kéo nhiều hơn: $S_t = A \frac{h}{2} + \alpha A_s \cdot a + \alpha A'_s (h - a') = 87214.88 \text{ cm}^3$; khoảng cách y_t từ trục trung hòa tiết diện quy đổi đến trục biên chịu kéo nhiều: $y_t = \frac{S_t}{A_{red}} = 37.13 \text{ cm}$; ta xác định được mô men quán tính của tiết diện

quy đổi: $I_{red} = \frac{b \times h^3}{12} + b \times h \left(\frac{h}{2} - y_t\right)^2 + A_s (y_t - a)^2 + A'_s (h - a' - y_t)^2 = 1079008 \text{ cm}^4$; mô men kháng uốn đàn hồi của tiết diện quy đổi: $W_{red} = \frac{I_{red}}{y_t} = 29054.239 \text{ cm}^3$; mô men

kháng uốn đàn dẻo của tiết diện quy đổi đối với trục biên chịu kéo nhiều hơn, do tiết diện đang xét là tiết diện chữ nhật, được tính bằng: $W_{pl} = \gamma \cdot W_{red} = 37770.52 \text{ cm}^3$; với $R_{bt,ser} = 1.55 \text{ Mpa}$ là cường độ tiêu chuẩn của bê tông đối với trạng thái giới hạn thứ hai, ta xác định được giá trị mô men hình thành vết nứt: $M_{crc} = W_{pl} \cdot R_{bt,ser} = 58.5442 \text{ kNm}$. Ta thấy tiết diện dầm đã xuất hiện vết nứt.

Như đặt vấn đề ban đầu, ở đây ta chỉ xét tới tải trọng dài hạn, nên ta sẽ xác định bề rộng vết nứt dài hạn:

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s (\sigma_s / E_s) L_s$$

với $\varphi_1 = 1.4$ do tác dụng dài hạn của tải trọng; $\varphi_2 = 0.5$ do sử dụng cốt thép có gân; $\varphi_3 = 1.0$ do cấu kiện đang xét là cấu kiện chịu uốn; $\psi_s = 1.0$ kể đến sự phân bố không đều biến dạng tương đối của cốt thép chịu kéo giữa các vết nứt; $\sigma_s = M \cdot (h_0 - y_c) \cdot \alpha_{sl} / I_{red} = 18.56 \text{ kN/cm}^2$; $L_s = 0.5 \cdot (A_{bt} - A_s) / d_s = 40 \text{ cm}$ là khoảng cách giữa các vết nứt, ta tính được $a_{crc} = 0.0256 \text{ cm} = 0.256 \text{ mm} < [a_{crc}] = 0.3 \text{ mm}$ là bề rộng vết nứt dài hạn cho phép đối với các thép mac CB300-T, CB300-V. Vậy dầm đã thiết kế thỏa

mãn điều kiện về bề rộng vết nứt.

3.3. Một số nhận xét:

Thông qua ví dụ trên, nhận xét trong Design of Concrete Structures (Arthur H.Nilson, David Darwwin, Charles W.Dolan) về tỷ lệ giữa $M_{gối}/M_{nhịp}$ chỉ phụ thuộc vào bố trí cốt thép trong dầm mà không phụ thuộc vào kết quả bài toán phân tích đàn hồi là có cơ sở.

Khi tính toán có kể đến tính dẻo của kết cấu bê tông cốt thép, do khả năng phân phối lại nội lực ngay trong từng tổ hợp tải, ta có thể thấy lượng cốt thép giảm khá nhiều so với phương pháp tính theo sơ đồ đàn hồi, trong đó diện tích cốt thép tại mỗi tiết diện được tính theo giá trị bao mô men. Theo số liệu tính toán ở mục 3 ở trên, ta thấy lượng cốt thép dọc ở nhịp giảm khoảng 38.26%, lượng cốt thép dọc ở gối giảm 44.71%. Tùy theo từng bài toán cụ thể, lượng thép tiết kiệm được có thể khác nhau.

Để bảo đảm tính dẻo của dầm, ta thấy cốt đai (có tác dụng hạn chế nở hông của bê tông) có vai trò khá quan trọng, không như khi tính theo sơ đồ đàn hồi. Như trình bày ở trên (trong các biểu đồ do SAP2000 lập), hàm lượng cốt đai làm thay đổi hẳn quan hệ mô men - độ cong, ảnh hưởng lớn đến tính dẻo của dầm.

Kết cấu BTCT thép được tính toán có kể đến tính dẻo vẫn có thể đủ khả năng bảo đảm thỏa mãn các yêu cầu về các trạng thái giới hạn như trong thí dụ đã thực hiện.

Việc tính toán kết cấu bê tông cốt thép có kể đến tính dẻo có thể tương đối phức tạp hơn so với việc tính theo sơ đồ đàn hồi. Việc lựa chọn sơ đồ phân bố lại mô men có thể cần phải được lặp lại vài lần để chọn được sơ đồ thích hợp.

Phần chuyển vị không đàn hồi lớn hơn rất nhiều phần chuyển vị đàn hồi ở trạng thái giới hạn của kết cấu BTCT. Đây là một điểm quan trọng để ta có thể đơn giản hóa bài toán bằng cách chỉ xét tới phần biến dạng không đàn hồi của kết cấu, đồng thời đảm bảo khả năng biến dạng lớn, tránh được hiện tượng phá hoại dòn của kết cấu.

4. KẾT LUẬN

Đặc tính dẻo của kết cấu BTCT là một đặc tính quan trọng, mở ra khả năng tránh cho kết cấu bị phá hoại dòn, đồng thời tạo ra khả năng phân phối lại nội lực một cách chủ động, việc bố trí cốt thép trong kết cấu phù hợp hơn trong thực tế, cũng như có thể tiết kiệm một lượng cốt thép đáng kể.

Bên cạnh việc tạo ra các khả năng nêu trên, đặc tính dẻo của kết cấu BTCT còn được khai thác để tạo ra khả năng tiêu tán năng lượng động đất. Khả năng này được sử dụng trong quan điểm thiết kế kháng chấn hiện đại cho các công trình chịu động đất, đã được đưa vào nhiều tiêu chuẩn quốc gia trên thế giới, kể cả ở Việt Nam.

Do tầm quan trọng của đặc tính dẻo của kết cấu bê tông cốt thép như nêu ở trên, cần thiết tiếp tục nghiên cứu về đặc tính này để mở rộng hơn nữa khả năng ứng dụng của nó, chẳng hạn về các phương pháp tính toán kết cấu bản sàn liên quan đường chảy dẻo, theo kỹ thuật DLO (Discontinuity-Layout-Optimization), hay mở rộng cho các kết cấu 3D, phương pháp Pushover (đẩy dẫn).

Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin trân trọng cảm ơn các đơn vị: Trường Đại học Bách khoa - Đại học Quốc gia TP.HCM; VLTECH-Đại học Văn Lang đã tạo điều kiện và hỗ trợ nghiên cứu này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Arthur H.Nilson, David Darwwin, Charles W.Dolan, Design of Concrete Structures, Mc Graw Hill (High Education – thirteenth Edition), International Edition, 2003.
- [2]. Dept. of Civil & Urban Eng., iOTec-HU, Hawassa University, Elastic-Redistribution-

of-Moments, www.davuniversity.org -<https://www.davuniversity.org/images/files/study-material/elastic-Redistribution-of-Moments.pdf>

[3]. EN 1998-1 (2004), Eurocode 8: Design for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings.

[4]. EN 1998-3 (2005), Eurocode 8: Design for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings.

[5]. Gokhan Dok, Determining moment-curvature relationship of reinforced concrete columns, International Conference on Technology, Engineering and Science, ISRES Publishing: www.isres.org, 2017, Volume 1, P.52-58.

[6]. Gilbert, M., He, L., Smith, C.C. and Le, C.V., Automatic yield-line analysis of slabs using discontinuity layout optimization. Proceedings Royal Society A, 2014, Volume 470, paper 2014.0071.

[7]. Hawksbee, S., Smith, C.C. and Gilbert, M., Application of discontinuity layout optimization to three-dimensional plasticity problems. Proceedings Royal Society A, 2013, Volume 469, paper 2013.0009.

[8]. He, L., Gilbert, M. and Shepherd, M., Automatic yield-line analysis of practical slab configurations via discontinuity layout optimization, Journal of Structural Engineering, 2017, Volume 143, issue 7, DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001700.

[9]. He, L. and Gilbert, M., Automatic rationalization of yield-line patterns identified using discontinuity layout optimization, International Journal of Solids and Structures, 2016, Volume 84, p.27-39.

[10]. Hồ Việt Hùng. Phân phối lại nội lực cho dầm bê tông cốt thép, thư viện ketcausoft, 2014, <https://ketcausoft.com/thuvien/posts/phan-phoi-lai-noi-luc-cho-dam-be-tong-cot-thep>

[11]. Nguyễn Lê Ninh, Cơ sở lý thuyết tính toán công trình chịu động đất, NXB Khoa học và kỹ thuật, 2011

[12]. Omotoriogun Victor, Concept of Moment Redistribution, Structures Centre, 2020, www.structurescentre.com - <https://structurescentre.com/concept-of-moment-redistribution>

[13]. Ondrej, Moment curvature, cracked moment of inertia and Caltrans idealized model, , CSI-Computers & Structures, inc, 2013, <https://wiki.csiamerica.com> - <https://wiki.csiamerica.com/display/tp/Moment+curvature%2C+cracked+mome...ed+m+ode>

[14]. Robert Park, Ductility of Structural Concrete (Ductilité du béton armé), Univ. of Canterbury Christchurch, New Zealand, 2023 - <https://www.e-periodica.ch/cntmng?pid=bse-re-003%3A1991%3A62%3A%3A73>

[15]. R.Park & T. Paulay, Reinforced concrete structures, John Wiley & Sons, 1974.

[16]. Saeid Foroguhi, Suleyman Bahadir Yuksel, Investigation of the Moment–Curvature Relationship for Reinforced Concrete Square Columns, Turkish Journal of Engineering, 2020, volume 4 (1), p.36-46.

[17]. Smith, C.C. and Gilbert, M., Application of discontinuity layout optimization to plane plasticity problems, Proc. Royal Society A, 2007, Volume 463, Number 2086, pp.2461-2484.

[18]. Steven Vukazich, 160.7.2 Moment Curvature Pure Bending Beam Theory – [www.sjsu.edu>steven.vukazich>docs\[PDF\]](http://www.sjsu.edu>steven.vukazich>docs[PDF]), San Jose State University

[19]. Tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 9386-2012, Thiết kế công trình chịu động đất, Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.

[20]. Tiêu chuẩn Newzeland 4203:1992, Code of practice for general structural - Design and design loadings for Buildings.

[21]. Tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5574:2018, Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép, Bộ Khoa học và Công nghệ, Việt Nam.

[22]. Udaya Bhaaskar Bulusu, Redistribution of Moments, www.linkedin.com, 2016, <https://www.linkedin.com/pulse/redistribution-moments-udaya-bhaaskar-bulusu>

[22]. Zhang, Y., Multi-slicing strategy for the three-dimensional discontinuity layout optimization (3D DLO), International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, Volume 41, pp.488-507.