

Chuẩn xác công thức phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ trong bình sai điều kiện

Accurate formula of conditional equation and number of coordinate correction in conditional adjustment

> ĐOÀN THỊ BÍCH NGỌC

Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường TP.HCM; Email: ngocdtb@hcmunre.edu.vn

TÓM TẮT

Bình sai điều kiện là một trong hai phương pháp bình sai được áp dụng để xử lý số liệu lưới trắc địa. Vì vậy việc sử dụng công thức phản ánh đúng cơ sở toán học của phương pháp là điều rất quan trọng. Tuy nhiên, một số tài liệu tham khảo về phương pháp này vẫn chưa thể hiện chính xác điều đó. Trong bài báo tác giả phân tích và đưa ra công thức chính xác của phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ, cũng như thông qua công thức này để xử lý lưới đường chuyền phù hợp. Kết quả chứng tỏ rằng công thức đã đưa ra là hoàn toàn chuẩn xác.

Từ khóa: Bình sai điều kiện; bình sai lưới trắc địa; xử lý số liệu trắc địa; tính toán bình sai, lý thuyết bình sai.

ABSTRACT

Conditional adjustment is one of the two methods used to process geodetic data. Therefore, it is crucial to use a formula that accurately represents the mathematical foundation of this method. However, some references fail to accurately demonstrate this. In this article, I analyzed and provided the precise formula for the condition equation of coordinate correction, as well as utilized this formula to appropriately process an open traverse network. The results demonstrate that the formula provided is entirely reasonable.

Key words: Conditional adjustment; geodetic network adjustment; geodetic data processing; adjustment computation; adjustment computation theory.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Để xử lý số liệu lưới trắc địa mặt bằng, thông thường chúng ta vẫn hay dùng hai phương pháp bình sai: phương pháp bình sai tham số và phương pháp bình sai điều kiện [3, 4]. Mỗi phương pháp sẽ thể hiện những ưu và nhược điểm khác nhau. Tuy nhiên, dù dùng phương pháp nào để xử lý mạng lưới trắc địa thì trong một bài toán

chúng ta đều thu được những kết quả giống nhau như: số hiệu chỉnh vào các trị đo trong lưới, tọa độ bình sai các điểm, giá trị sai số trung phương của các đại lượng được đánh giá. Sau khi xem xét và phân tích cơ sở toán học của phương pháp bình sai điều kiện đối với mạng lưới mặt bằng, tác giả đã nhận thấy rằng các tài liệu tham khảo về phương pháp này đều có dạng phương trình số hiệu chỉnh tọa độ là như nhau và chưa phản ánh đúng với bản chất toán học của phương pháp. Do đó, trong bài báo này, tác giả đã phân tích việc thành lập phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ và đưa ra công thức của phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ thu được đối với một đồ hình lưới cụ thể là lưới đường chuyền phù hợp theo phương pháp bình sai điều kiện. Với phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ trong một số dạng lưới mặt bằng khác sẽ được phân tích trong bài viết khác.

2. PHƯƠNG TRÌNH ĐIỀU KIỆN SỐ HIỆU CHỈNH TỌA ĐỘ THEO CÁC TÀI LIỆU THAM KHẢO HIỆN HÀNH

Theo các tài liệu tham khảo đã có hiện nay [1, 2] thì phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ của lưới đường chuyền phù hợp sẽ có dạng:

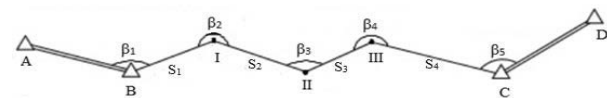
Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ X, Y như sau:

$$\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i^0 \cdot V_{S_i} - \sum_{i=1}^n \frac{(Y_{Cuối} - Y_i^0)}{\rho''} (\pm V_{\beta_i}) + W_X = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i^0 \cdot V_{S_i} + \sum_{i=1}^n \frac{(X_{Cuối} - X_i^0)}{\rho''} (\pm V_{\beta_i}) + W_Y = 0 \quad (2)$$

Với α_i^0 là phương vị gần đúng của cạnh i ; (X_i^0, Y_i^0) là tọa độ gần đúng của điểm i ; W_X, W_Y là sai số khép tọa.

Xét đường chuyền phù hợp như hình 1, được đo 5 góc và 4 cạnh:



Hình 1. Đường chuyền phù hợp

Áp dụng công thức (1) và (2) trên để viết phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ cho lưới đường chuyền phù hợp ở hình 1, ta có được:

Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ X:

$$\cos \alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \cos \alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \cos \alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \cos \alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} - \frac{(Y_C - Y_B)}{\rho''} V_{\beta_1} - \frac{(Y_C - Y_I^0)}{\rho''} V_{\beta_2} - \frac{(Y_C - Y_{II}^0)}{\rho''} V_{\beta_3} - \frac{(Y_C - Y_{III}^0)}{\rho''} V_{\beta_4} + W_X = 0 \quad (3)$$

Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ Y:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \sin\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \sin\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \sin\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & + \frac{(X_C - X_B)}{\rho''} V_{\beta_1} + \frac{(X_C - X_I)}{\rho''} V_{\beta_2} + \frac{(X_C - X_{II})}{\rho''} V_{\beta_3} + \frac{(X_C - X_{III})}{\rho''} V_{\beta_4} + \\ & W_Y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Trong đó:

$$W_X = X_B + \sum_{i=1}^4 S_i \cdot \cos\alpha_i^0 - X_C \quad (5)$$

$$W_Y = Y_B + \sum_{i=1}^4 S_i \cdot \sin\alpha_i^0 - Y_C$$

Với (X_C, Y_C) là tọa độ gốc của điểm C; (X_B, Y_B) là tọa độ gốc của điểm B

3. ĐỀ XUẤT CÔNG THỨC PHƯƠNG TRÌNH ĐIỀU KIỆN SỐ HIỆU CHỈNH TỌA ĐỘ

Sau đây tác giả sẽ đi phân tích quá trình thành lập phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ của lưới đường chuyền tại hình 1 như sau:

Lưới đường chuyền phù hợp như trên sẽ có 3 phương trình điều kiện, trong đó bao gồm 1 phương trình điều kiện góc phương vị và 2 phương trình điều kiện tọa độ (tọa độ X và tọa độ Y) [1, 2].

Phương trình điều kiện X:

$$X_B + S'_1 \cdot \cos\alpha'_{B-I} + S'_2 \cdot \cos\alpha'_{I-II} + S'_3 \cdot \cos\alpha'_{II-III} + S'_4 \cdot \cos\alpha'_{III-C} - X_C = 0 \quad (6)$$

Phương trình điều kiện tọa độ Y:

$$Y_B + S'_1 \cdot \sin\alpha'_{B-I} + S'_2 \cdot \sin\alpha'_{I-II} + S'_3 \cdot \sin\alpha'_{II-III} + S'_4 \cdot \sin\alpha'_{III-C} - Y_C = 0 \quad (7)$$

Với S'_i là chiều dài cạnh bình sai, α' là góc phương vị bình sai.

Từ phương trình điều kiện (6) và (7) tiến hành khai triển tuyến tính về dạng trung gian [1, 2]:

Khai triển phương trình (6):

$$\begin{aligned} & \cos\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \cos\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \cos\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \cos\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & - \frac{S_1 \cdot \sin\alpha_{B-I}^0}{\rho''} V_{\alpha_{B-I}} - \frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} V_{\alpha_{I-II}} - \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} V_{\alpha_{II-III}} \\ & - \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} V_{\alpha_{III-C}} + W_X = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Khai triển phương trình (7):

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \sin\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \sin\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \sin\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & + \frac{S_1 \cdot \cos\alpha_{B-I}^0}{\rho''} V_{\alpha_{B-I}} + \frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} V_{\alpha_{I-II}} + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} V_{\alpha_{II-III}} \\ & + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} V_{\alpha_{III-C}} + W_Y = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Vì các góc β_i đều là các góc ngoài trái, ta có:

$$\begin{aligned} & \alpha'_{B-I} = \alpha_{AB} + \beta'_1 - 180^\circ \text{ nên } V_{\alpha_{B-I}} = V_{\beta_1} \\ & \alpha'_{I-II} = \alpha_{AB} + \beta'_1 + \beta'_2 - 2 \cdot 180^\circ \text{ nên } V_{\alpha_{I-II}} = V_{\beta_1} + V_{\beta_2} \\ & \alpha'_{II-III} = \alpha_{AB} + \beta'_1 + \beta'_2 + \beta'_3 - 3 \cdot 180^\circ \\ & \text{ nên } V_{\alpha_{II-III}} = V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3} \\ & \alpha'_{III-C} = \alpha_{AB} + \beta'_1 + \beta'_2 + \beta'_3 + \beta'_4 - 4 \cdot 180^\circ \\ & \text{ nên } V_{\alpha_{III-C}} = V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3} + V_{\beta_4} \end{aligned} \quad (10)$$

Thế (10) vào các phương trình (8) và (9) ta có:

$$\begin{aligned} & \text{Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ X được khai triển:} \\ & \cos\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \cos\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \cos\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \cos\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & - \frac{S_1 \cdot \sin\alpha_{B-I}^0}{\rho''} V_{\beta_1} - \frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2}) \\ & - \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3}) \end{aligned}$$

$$- \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3} + V_{\beta_4}) + W_X = 0 \quad (11)$$

Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ Y được khai triển:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \sin\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \sin\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \sin\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & + \frac{S_1 \cdot \cos\alpha_{B-I}^0}{\rho''} V_{\beta_1} + \frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2}) \\ & + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3}) \\ & + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} (V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + V_{\beta_3} + V_{\beta_4}) + W_Y = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Từ phương trình (11) ta có:

$$\begin{aligned} & \cos\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \cos\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \cos\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \cos\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & - \left(\frac{S_1 \cdot \sin\alpha_{B-I}^0}{\rho''} + \frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_1} \\ & - \left(\frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_2} \\ & - \left(\frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_3} - \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} V_{\beta_4} + W_X \\ & = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Với:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{S_1 \cdot \sin\alpha_{B-I}^0}{\rho''} + \frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(Y_C^0 - Y_B)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_2 \cdot \sin\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(Y_C^0 - Y_I^0)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_3 \cdot \sin\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(Y_C^0 - Y_{II}^0)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_4 \cdot \sin\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(Y_C^0 - Y_{III}^0)}{\rho''}; \end{aligned} \quad (14)$$

Thế (14) vào phương trình (13) nhận được phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ X:

$$\begin{aligned} & \cos\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \cos\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \cos\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \cos\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & - \frac{(Y_C^0 - Y_B)}{\rho''} V_{\beta_1} - \frac{(Y_C^0 - Y_I^0)}{\rho''} V_{\beta_2} - \frac{(Y_C^0 - Y_{II}^0)}{\rho''} V_{\beta_3} - \frac{(Y_C^0 - Y_{III}^0)}{\rho''} V_{\beta_4} \\ & + W_X = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Từ phương trình (12) ta có:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \sin\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \sin\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \sin\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \\ & + \left(\frac{S_1 \cdot \cos\alpha_{B-I}^0}{\rho''} + \frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_1} \\ & + \left(\frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_2} \\ & + \left(\frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) V_{\beta_3} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} V_{\beta_4} + W_Y \\ & = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Với:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{S_1 \cdot \cos\alpha_{B-I}^0}{\rho''} + \frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(X_C^0 - X_B)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_2 \cdot \cos\alpha_{I-II}^0}{\rho''} + \frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(X_C^0 - X_I^0)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_3 \cdot \cos\alpha_{II-III}^0}{\rho''} + \frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(X_C^0 - X_{II}^0)}{\rho''}; \\ & \left(\frac{S_4 \cdot \cos\alpha_{III-C}^0}{\rho''} \right) = \frac{(X_C^0 - X_{III}^0)}{\rho''}; \end{aligned} \quad (17)$$

Thế (17) vào phương trình (16) nhận được phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ Y:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{B-I}^0 \cdot V_{S_1} + \sin\alpha_{I-II}^0 \cdot V_{S_2} + \sin\alpha_{II-III}^0 \cdot V_{S_3} + \sin\alpha_{III-C}^0 \cdot V_{S_4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(X_C^0 - X_B)}{\rho''} V_{\beta_1} + \frac{(X_C^0 - X_I^0)}{\rho''} V_{\beta_2} + \frac{(X_C^0 - X_{II}^0)}{\rho''} V_{\beta_3} \\
 & + \frac{(X_C^0 - X_{III}^0)}{\rho''} V_{\beta_4} + W_Y = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

So sánh phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ tại (3) và (4) với phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ tại (15) và (18) được lập cho cùng một đồ hình lưới tại hình 1, nhận thấy rằng chúng có sự khác nhau giữa giá trị tọa độ của điểm cuối đường chuyển. Trong phương trình (3) và (4) thì giá trị tọa độ của điểm cuối (cụ thể là điểm C) chính là tọa độ gốc. Nhưng trong phương trình (15) và (18) thì giá trị tọa độ của điểm cuối (điểm C) lại là tọa độ gần đúng của điểm C (X_C^0, Y_C^0) - giá trị tọa độ này được tính chuyển từ tọa độ điểm gốc B và sử dụng các số liệu cạnh và góc là số liệu đo.

Như vậy, với phân tích ở trên, trong trường hợp tổng quát, đối với dạng lưới đường chuyển phù hợp đo góc ngoặt trái hoặc ngoặt phải bất kỳ thì phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ được đề xuất viết như sau:

Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ X:

$$\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i^0 \cdot V_{S_i} - \sum_{i=1}^n \frac{(Y_{Cuối}^0 - Y_i^0)}{\rho''} (\pm V_{\beta_i}) + W_X = 0 \tag{19}$$

Phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ Y:

$$\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i^0 \cdot V_{S_i} + \sum_{i=1}^n \frac{(X_{Cuối}^0 - X_i^0)}{\rho''} (\pm V_{\beta_i}) + W_Y = 0 \tag{20}$$

4. THỰC NGHIỆM

Trong bài báo này, tác giả tiến hành bình sai lưới đường chuyển cấp 2, có đồ hình như hình 1 theo phương pháp bình sai

điều kiện với phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ được lập dưới dạng công thức (15) và (18); số liệu gốc và số liệu đo được cung cấp như sau:

Bảng 1. Bảng tọa độ gốc

Điểm	Tọa độ	
	X (m)	Y (m)
A	995.442	552.094
B	700.000	500.000
C	304.338	664.422
D	175.979	848.420

Bảng 2. Bảng kết quả đo góc và cạnh đường chuyển

Tên góc	Giá trị góc đo			Tên cạnh	Si (m)
	0	'	''		
β_1	124	01	03	S_1	106.368
β_2	207	50	15	S_2	150.016
β_3	148	47	53	S_3	95.631
β_4	244	20	56	S_4	120.999
β_5	109	53	34		

Góc được đo với độ chính xác $m_\beta = \pm 10''$;

Chiều dài cạnh được đo với độ chính xác: $m_s = 3 + 3ppm (mm)$

Sử dụng tọa độ gốc, cạnh và góc đo để xác định tọa độ gần đúng của các điểm, đồng thời xác định sai số khép góc phương vị và sai số khép tọa độ, sau đó so sánh với sai số khép góc giới hạn và sai số khép tương đối giới hạn của đường chuyển, nếu thỏa mãn với yêu cầu kỹ thuật của đường cấp 2 thì tiến hành bình sai số liệu trên theo phương pháp bình sai điều kiện, với phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ được lập như công thức (15) và (18).

Bảng 3. Bảng tính tọa độ gần đúng của các điểm

Điểm	Góc đo 0' ''	PV gần đúng 0' ''	Si (m)	$\Delta X^0 (m)$	$\Delta Y^0 (m)$	Tọa độ gần đúng		Ghi chú
						$X^0 (m)$	$Y^0 (m)$	
A		189 59 59.7						
B	124 01 03					700.000	500.000	
I	207 50 15	134 01 2.7	106.368	-73.913	76.492			
II	148 47 53	161 51 17.7	150.016	-142.556	46.719			
III	244 20 56	130 39 10.7	95.631	-62.301	72.552			
		195 00 6.7	120.999	-116.875	-31.321			
C	109 53 34					304.355	664.442	Tọa độ gần đúng
		124 53 40.7				304.338	664.422	Tọa độ gốc
D		124 54 0.2						
α		$W\alpha = -19.''5$	473.014			$f_x = 0.017$	$f_y = 0.020$	

Số liệu đo lưới đạt yêu cầu đối với lưới đường chuyển cấp 2. Với sai số khép góc phương vị giới hạn là $\pm 44.''7$, trong khi sai số khép góc phương vị tính được với đường chuyển này là $-19.''5$. Sai số khép tương đối đường chuyển giới hạn là $\left(\frac{1}{T}\right)_{gh} = \frac{1}{5000}$, trong khi sai số tương đối đường chuyển này là $\frac{1}{T} = \frac{1}{17717}$.

Bảng 5. Hệ phương trình điều kiện số hiệu chỉnh

Phương trình ĐKSHC	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_{S1}	V_{S2}	V_{S3}	V_{S4}	SS khép
α	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-19.''5
X	-0.797	-0.426	-0.200	0.152	0	-0.695	-0.950	-0.651	-0.966	17.0 mm
Y	-1.918	-1.560	-0.869	-0.567	0	0.719	0.311	0.759	-0.259	20.0 mm

Xác định trọng số đảo cho các trị đo sau đó tiến hành lập và giải hệ phương trình chuẩn số liên hệ để tính được các số hiệu chỉnh của các trị đo. Cuối cùng xác định các trị đo sau bình sai, các đại lượng sau bình sai và tiến hành đánh giá độ chính xác.

Bảng 6. Bảng số hiệu chỉnh và trị đo góc sau bình sai:

STT	Góc đo 0' "	Vị (")	Góc bình sai 0' "
β_1	124 01 03	8.8	124 01 11.8
β_2	207 50 15	3.3	207 50 18.3
β_3	148 47 53	3.6	148 47 56.6

β_4	244 20 56	-1.9	244 20 54.1
β_5	109 53 34	5.7	109 53 39.7

Bảng 7. Bảng số hiệu chỉnh và trị đo cạnh sau bình sai:

STT	Cạnh đo (m)	Vị (mm)	Cạnh bình sai (m)
S_1	106.368	2.3	106.370
S_2	150.016	2.8	150.019
S_3	95.631	2.2	95.633
S_4	120.999	2.2	121.001

Sai số trung phương trọng số đơn vị $\mu = \pm 1.051$

Bảng 8. Bảng tính tọa độ sau bình sai của các điểm

Điểm	Góc BS 0' "	Phương vị BS 0' "	Cạnh BS (m)	ΔX (m)	ΔY (m)	Tọa độ bình sai		Ghi chú
						X (m)	Y (m)	
A								
		189 59 59.7						
B	124 01 11.8					700.000	500.000	
		134 01 11.5	106.370	-73.918	76.491			
I	207 50 18.3					626.082	576.491	
		161 51 29.8	150.019	-142.561	46.711			
II	148 47 56.6					483.521	623.202	
		130 39 26.4	95.633	-62.308	72.549			
III	244 20 54.1					421.213	695.751	
		195 00 20.4	121.001	-116.875	-31.329			
C	109 53 39.7					304.338	664.422	Kiểm tra tọa độ
		124 54 0.2				304.338	664.422	Tọa độ gốc
D		124 54 0.2						
SSkhép		$W\alpha = 0.0$				$f_x = 0.000$	$f_y = 0.000$	

Bảng 9. Bảng sai số trung phương vị trí điểm

Điểm	m_{x_i} (mm)	m_{y_i} (mm)	m_i (mm)
I	3.123	4.613	5.6
II	3.576	4.613	5.8
III	3.237	3.857	5.0

Bảng 10. Bảng độ chính xác chiều dài cạnh

Cạnh	m_{S_i} (mm)	1/T
S_1	3.095	1/34370
S_2	3.124	1/48026
S_3	3.089	1/30956
S_4	3.232	1/39167

Việc áp dụng phương pháp bình sai điều kiện có công thức của phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ mà tác giả đã đưa ra để xử lý một mạng lưới trắc địa mặt bằng như trên, thì kết quả sau bình sai thu được sai số khép phương vị bằng 0, sai số khép tọa độ theo phương X và sai số khép tọa độ theo phương Y đều bằng 0. Điều này chứng tỏ lưới mặt bằng trên đã được bình sai đúng, kết quả hoàn toàn hợp lý với một mạng lưới sau khi được bình sai, đã loại bỏ được sai số trong kết quả đo và xác định được các đại lượng sau bình sai.

IV. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Với công thức của phương trình điều kiện số hiệu chỉnh được hiệu chỉnh và đưa vào thực nghiệm với một bài toán cụ thể, đã cho một kết quả hoàn toàn chính xác. Sau khi bình sai lưới đường chuyển thì sai số khép góc phương vị và các sai số khép tọa độ đã không còn. Tọa độ của các điểm mới được xác định và đánh giá độ chính xác hoàn toàn thỏa mãn với lưới cấp 2.

Việc hoàn thiện công thức cho phương pháp bình sai điều kiện để giải quyết bài toán xử lý số liệu lưới mặt bằng trong trắc địa là rất cần thiết, nó có ý nghĩa trong việc giảng dạy cho sinh viên chuyên ngành Trắc địa tại các trường Đại học, Cao đẳng và làm tài liệu tham khảo cho các phương pháp bình sai lưới trắc địa. Từ phần phân tích cơ sở lý thuyết toán học và qua phần thực nghiệm đi xử lý một mạng lưới trắc địa mặt bằng cụ thể bên trên thì tác giả đưa ra kiến nghị sau:

Giá trị tọa độ của điểm cuối đường chuyển được sử dụng trong phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ là tọa độ gần đúng, không phải tọa độ gốc theo số liệu được cung cấp ban đầu.

Trong bài toán bình sai điều kiện, sử dụng tọa độ gần đúng của điểm cuối đường chuyển để viết phương trình điều kiện số hiệu chỉnh tọa độ, sẽ cho kết quả hoàn toàn chuẩn xác.

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

- [1] PGS.TS Đặng Nam Chinh, Ths Vũ Đình Toàn, Ths Lê Thị Thanh Tâm. *Giáo trình Bình sai lưới trắc địa*. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2015.
- [2] GS.TSKH. Hoàng Ngọc Hà. *Bình sai tính toán lưới trắc địa và GPS*. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2006.
- [3] Friedhelm Krumm. *Geodetic Network Adjustment Examples*, 2018.
- [4] Burkhard Schaffrin. *Notes On Adjustment Computations*. The Ohio State University 2017.